Análisis Estadístico de Datos Climáticos
Práctico 6
Series Temporales
(Se pide la entrega de ambos ejercicios)

Ej. 1)

La serie temporal de temperaturas máximas medias mensuales entre 1971 y 2000 en Montevideo se incluye en un archivo anexo cuyo nombre es Tmx7100car.xls y se pide:

a) Graficar la serie temporal de las temperaturas máximas medias.
b) Estimar el valor medio y desvío estándar para el periodo total y para cada uno de los 12 meses. (Graficar para los 12 meses.)
c) Estimar y graficar la función de autocorrelación de las temperaturas máximas. ¿Era previsible el resultado?
d) Obtener y graficar la serie temporal de anomalías de temperaturas máximas medias.
e) Emplear el test estadístico de Mann-Kendall para estudiar la presencia de tendencia en la serie de anomalías hallada en d) (*) con un nivel de significancia del 5%. Usar Mann-Kendall.m
f) Estimar y graficar la autocorrelación de las anomalías de temperaturas máximas medias para Montevideo. ¿A partir del resultado usted considera que hay independencia en la serie de anomalías?
g) Estimar y graficar la densidad espectral o espectro de potencia de la serie de temperaturas máximas medias (removiendo la media total de la serie) e interpretar las oscilaciones características, indicando si existe alguna cualitativamente significativa. Comparar espectro calculado usando periodograma y método de Welch.
h) Estimar el espectro cruzado entre las series de temperatura máxima media y de precipitación mensual (quitando la media total para ambas series) para el mismo periodo (RRm7100car.xls) para Montevideo e identificar los ciclos comunes de oscilación.

(*) Test de Mann-Kendall
La prueba tiene como objetivo detectar una tendencia al incremento o al decrecimiento en la serie de datos. La prueba de Mann - Kendall esta basada en la estadistica S. Cada par de valores observados yi, yj (i> j) de la variable aleatoria es inspeccionado para encontrar cuando yi > yj o yi < yj.
Si el numero de pares positivos es P, y el numero del tipo de pares negativos es M, entonces la S es definida como S = P − M.
Para n> 10, se puede definir una estadistica Z que sigue la distribución estandar normal donde.

$$Z = \begin{cases} (S-1)/\sigma_s & \text{if } S > 0 \\ 0 & \text{if } S = 0 \\ (S+1)/\sigma_s & \text{if } S < 0 \end{cases}$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}$$

El test tiene hipotesis nula Ho=no hay tendencia, y la alternativa es H1=existe tendencia a cierto nivel de significancia a elegir.

Ej. 2)

Se considera la serie: $X_t = kt + \varepsilon_t$ $(t=0,1,\dots)$ donde k es un real cualquiera, y ε_t es ruido blanco (media 0 y varianza σ^2 constante). (Los ε_t son independientes entre sí para distintos valores de t.)

a) Graficar una realización de la serie X_t para $t=0,\dots,1000$. (Sugerencia: usar randn.m para el ruido ε_t, y una varianza σ^2 suficientemente grande para que se vea la perturbación respecto de la recta; k puede ser cualquiera)

b) Sea $Y_t = X_{t+1} - X_t$.
Hallar $E(Y_t)$ y $Var(Y_t)$ (valores teóricos)
Graficar una realización de Y_t (también con unos 1000 valores).

c) Hallar $\rho_{Yt}(1)$ (autocorrelación de orden 1 para la serie Y_t). (Sug: usar definición de autocorrelación y la propiedad de que, si U y V son variables aleatorias independientes, se cumple que $E(UV) = E(U). E(V)$.)

d) Hallar $\rho_{Yt}(2)$ y deducir los valores de $\rho_{Yt}(k)$ para todo $k > 2$.

e) Verificar (aproximadamente) los resultados de c) y d), calculando y graficando la función de autocorrelación para la realización de Y_t de a). ¿Por qué la verificación es aproximada?